

LØSNINGSFORSLAG

Eksamen 2P — vår 2026

Matematikk 2P · MAT1023 / REA3022

Fullstendig løsningsforslag til Del 1 (uten hjelpemidler) og Del 2 (med hjelpemidler).

Mattehuset

DEL 1 — Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng)

Bonden leverer 5200 egg, og 20 % av eggene er brune.

Antall brune egg = 20 % av 5200 = $0,20 \cdot 5200 = 1040$

Svar: 1040 av eggene er brune.

Oppgave 2 (4 poeng)

Datasettet (10 registrerte tog): 3, 1, 5, 30, 5, 6, 1, 6, 20, 6.

Sortert: 1, 1, 3, 5, 5, 6, 6, 6, 20, 30.

a)

Median: Det er 10 tall, så medianen er gjennomsnittet av det 5. og 6. tallet: $(5 + 6) / 2 = 5,5$ vogner.

Gjennomsnitt: $(3+1+5+30+5+6+1+6+20+6) / 10 = 83 / 10 = 8,3$ vogner.

Variasjonsbredde: største – minste = $30 - 1 = 29$ vogner.

Typetall: 6 vogner — verdien som forekommer flest ganger (3 ganger).

b)

6 vogner forekommer 3 ganger av 10 tog.

Relativ frekvens = $3 / 10 = 0,3 = 30 \%$.

Praktisk tolkning: 30 % av togene Anita registrerte denne dagen hadde 6 vogner.

Oppgave 3 (2 poeng)

Sammenhengen: vekstfaktor = $1 + (\text{prosentvis endring})/100$, og prosentvis endring = $(\text{vekstfaktor} - 1) \cdot 100 \%$.

Vekstfaktor	Prosentvis endring
1,05	+5 %
1,4	+40 %
1,175	+17,5 %
0,72	−28 %
0,67	−33 %
2	+100 %

De utfylte verdiene er uthevet: $1,4 \rightarrow +40 \%$, $1,175 \rightarrow +17,5 \%$, $0,72 \rightarrow -28 \%$, $0,67 \rightarrow -33 \%$, $2 \rightarrow +100 \%$.

Oppgave 4 (1 poeng)

Ned 20 %: vekstfaktor 0,80. Opp 20 %: vekstfaktor 1,20.

Samlet vekstfaktor = $0,80 \cdot 1,20 = 0,96$.

Siden $0,96 < 1$, koster varen **mindre enn før** de to prisendringene — nøyaktig 96 % av opprinnelig pris, altså 4 % mindre.

Begrunnelse: nedgangen på 20 % regnes av en høyere pris enn oppgangen på 20 %, derfor utligner ikke endringene hverandre.

Oppgave 5 (2 poeng)

Uttrykket er $40\,000 / (1,05 \cdot 0,85^2)$.

Tallet 40 000 er prisen **etter** de tre prisendringene.

Vekstfaktorene forteller hva som skjedde:

- $1,05 \rightarrow$ prisen steg **5 %** én gang.
- $0,85^2 = 0,85 \cdot 0,85 \rightarrow$ prisen sank **15 %** to ganger.

Når vi deler på vekstfaktorene, regner vi oss tilbake. Uttrykket gir derfor **prisen på varen før de tre prisendringene**.

Kort sagt: i løpet av året steg prisen 5 % én gang og sank 15 % to ganger, og etter alle endringene kostet varen 40 000 kr.

Oppgave 6 (1 poeng)

Indeks 125 betyr at prisen i dag er 125 % av prisen i basisåret.

Pris i dag = $160 \text{ kr} \cdot 125/100 = 160 \cdot 1,25 = \mathbf{200 \text{ kr}}$.

Svar: Varen koster 200 kr i dag.

Oppgave 7 (3 poeng)

KPI: 2010 $\rightarrow$ 92,1 | 2015 $\rightarrow$ 100 | 2020 $\rightarrow$ 112,2 | 2025 $\rightarrow$ 137,7.

a)

Konsumprisindeksen er 100 i 2015 fordi **2015 er basisåret**. I basisåret settes KPI alltid lik 100, og alle andre år måles i forhold til dette.

b)

Reallønn er lønn justert for prisstigning — den uttrykker **kjøpekraften direkte**. For at Niklas skal ha like stor kjøpekraft i 2025 som i 2020, må reallønnen være den samme: **500 000 kr**. (Lik kjøpekraft betyr lik reallønn.)

c)

Benjamin hadde nominell lønn 1 000 000 kr i 2015 (basisår, KPI = 100). For samme kjøpekraft i 2025 må den nominelle lønnen vokse i takt med KPI:

Nominell lønn 2025 = $1\,000\,000 \cdot 137,7 / 100 = 1\,377\,000 \text{ kr}$.

Oppgave 8 (1 poeng)

Tegning: 5,0 cm = 50 mm. Virkelighet: 2,0 mm.

Målestokk = tegning : virkelighet = $50 \text{ mm} : 2 \text{ mm} = \mathbf{25 : 1}$.

Svar: Målestokken er 25 : 1 — tegningen er en forstørrelse (skruen er tegnet 25 ganger så stor som i virkeligheten).

Oppgave 9 (3 poeng)

Arealet av hver figur (lest av i koordinatsystemet):

Figur 1 — trekant med hjørner (0, 0), (2, 4) og (6, 0):

grunnlinje = 6, høyde = 4. Areal = $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = \mathbf{12}$.

Figur 2 — trekant med hjørner (4, 4), (8, 0) og (10, 0):

grunnlinje på x-aksen = $10 - 8 = 2$, høyde = 4. Areal = $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = \mathbf{4}$.

Figur 3 — parallelogram med toppside fra (12, 4) til (19, 4):

grunnlinje = 7, høyde = 4. Areal = grunnlinje $\cdot$ høyde = $7 \cdot 4 = \mathbf{28}$.

Figur 4 — sirkel med en kvart fjernet, sentrum (24, 2), radius 2:

hele sirkelen = $\pi \cdot 2^2 = 4\pi$. Figuren er $\frac{3}{4}$ av sirkelen.

Areal = $\frac{3}{4} \cdot 4\pi = 3\pi \approx 9,4$.

(Alle areal i samme arealenhet som rutenettet.)

Oppgave 10 (1 poeng)

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

Et produkt er 0 når minst én av faktorene er 0:

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \quad \text{eller} \quad x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$$

Svar: $x = 2$ eller $x = -3$.

Oppgave 11 (4 poeng)

Likningssystem: $4x + y = 8$ og $3x - y = 6$.

a) — Løsning ved regning

Legg likningene sammen (da faller y bort):

$$(4x + y) + (3x - y) = 8 + 6 \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2.$$

$$\text{Sett } x = 2 \text{ inn i } 4x + y = 8: 8 + y = 8 \rightarrow y = 0.$$

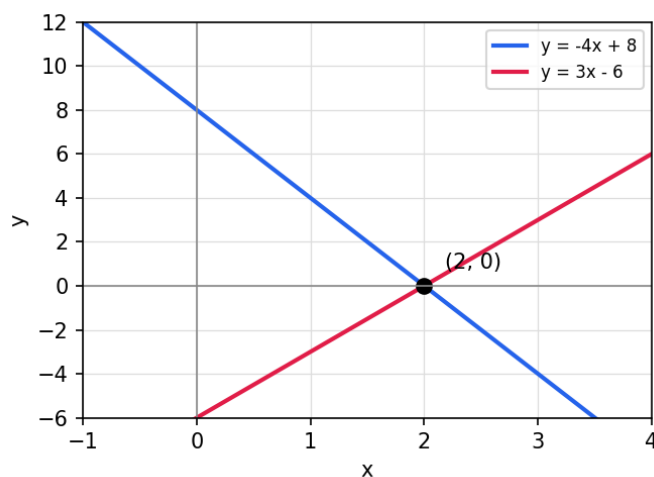
Løsning: $x = 2$ og $y = 0$, altså punktet (2, 0).

b) — Løsning grafisk

Skriv hver likning på formen $y = \dots$:

$$4x + y = 8 \rightarrow y = -4x + 8 \quad \text{og} \quad 3x - y = 6 \rightarrow y = 3x - 6.$$

Tegn begge linjene i samme koordinatsystem. Skjæringspunktet er løsningen:



Linjene skjærer hverandre i (2, 0) — samme svar som ved regning.

Oppgave 12 (1 poeng)

Programmet jobber med lista $L = [2, 4, 8, 16, 20]$.

- $a = \text{len}(L) \rightarrow$ antall tall i lista = 5
- $s = \text{sum}(L) \rightarrow$ summen av tallene = $2+4+8+16+20 = 50$
- $g = s/a \rightarrow 50 / 5 = 10$

Utskriften blir «Resultat:» og deretter 10.0.

Verdien som skrives ut er gjennomsnittet (snittet) av tallene i lista.

Oppgave 13 (3 poeng)

Diagrammet viser kumulativ frekvens i prosent for de 200 personene i blokk Z.

a)

Punkt A(50, 70) betyr at **70 % av personene er yngre enn 50 år**. Det tilsvarer 70 % av 200 = 140 personer under 50 år.

b)

Medianalderen er den alderen der den kumulative frekvensen er 50 %.

Fra tabellen: kumulativ frekvens er 30 % ved 20 år og 60 % ved 30 år. 50 % ligger derfor i aldersgruppen [20, 30).

Leser vi av på den rette linja mellom punktene (20, 30 %) og (30, 60 %), finner vi en median på **omtrent 25-27 år**.

Antakelsen Aurora må gjøre: at alderen er jevnt fordelt innenfor hvert aldersintervall. Bare da kan hun bruke den rette linja i diagrammet til å lese av medianen.

DEL 2 — Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Modellen er $U(x) = 16\,000 \cdot 0,89^x$, der U er utslipp i tonn per år og x er antall år fra i dag.

a)

Utslipet skal halveres for hvert 6. år. Den årlige vekstfaktoren a må derfor oppfylle $a^6 = 0,5$, altså:

$$a = 0,5^{1/6} \approx 0,8909 \approx \mathbf{0,89}.$$

Startutslippet i dag er 16 000 tonn. Modellen blir da $U(x) = 16\,000 \cdot 0,89^x$.

Kontroll: $U(6) = 16\,000 \cdot 0,89^6 \approx 16\,000 \cdot 0,497 \approx 7950 \approx 8000$ tonn — utslippet er omtrent halvert etter 6 år.

b)

Den årlige vekstfaktoren er 0,89. Endring per år = $0,89 - 1 = -0,11$.

Utslipet reduseres med 11 % per år ifølge modellen.

c)

$$U(0) = 16\,000 \text{ tonn. } U(5) = 16\,000 \cdot 0,89^5 \approx 16\,000 \cdot 0,5584 \approx 8934 \text{ tonn.}$$

Gjennomsnittlig reduksjon per år = $(U(0) - U(5)) / 5 = (16\,000 - 8934) / 5 \approx 7066 / 5 \approx 1413$ tonn per år.

Oppgave 2 (7 poeng)

Bedrift A, 15 ansatte: 2, 0, 0, 5, 4, 1, 1, 12, 15, 0, 0, 1, 1, 2, 1.

a)

Gjennomsnitt = sum / antall = $45 / 15 = \mathbf{3,0}$ fraværsdager.

Median: sortert blir tallene 0,0,0,0,1,1,1,1,1,2,2,4,5,12,15. Det 8. tallet (midt i 15 tall) er 1 — **median = 1 dag.**

Standardavvik (med digitalt verktøy): variansen = $288/15 = 19,2$, så standardavviket er $\sqrt{19,2} \approx \mathbf{4,4}$ dager.

b)

Kumulativ frekvens for 5 fraværsdager = andelen ansatte med 5 eller færre dager. Alle unntatt de to med 12 og 15 dager — altså 13 av 15 ansatte.

Kumulativ frekvens = $13 / 15 \approx 0,87 = \mathbf{87 \%}$.

Tolkning: 87 % av de ansatte (13 av 15) hadde 5 eller færre fraværsdager i 2025.

c)

- **Samme gjennomsnitt** → bedriftene har like mange fraværsdager til sammen.
- **Høyere median i B** → den «midterste» ansatte i B har flere fraværsdager. Fraværet er mer jevnt fordelt blant de ansatte (færre med 0 dager).
- **Lavere standardavvik i B** → mindre spredning. I bedrift A drar noen få ansatte (12 og 15 dager) gjennomsnittet kraftig opp, mens mange har 0 dager.

Konklusjon: I bedrift B er fraværet jevnere fordelt blant de ansatte. I bedrift A skyldes mye av fraværet noen få ansatte med svært høyt fravær.

d)

Kari påstår at kumulativ frekvens for 5 dager i B **må** være høyere enn i A (87 %). Dette er **ikke riktig** — det trenger ikke stemme.

Moteksempel: la bedrift B ha fraværet 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 6, 6, 6.

- Gjennomsnitt = $45/15 = 3$ (samme som A) ✓
- Median = 8. tall = 3 (høyere enn A sin median 1) ✓
- Standardavvik $\approx 1,9$ (lavere enn A sin $\approx 4,4$) ✓
- Kumulativ frekvens for 5 dager = $12/15 = 80\%$ — **lavere** enn i A.

Dette ene moteksempellet viser at påstanden er feil: den kumulative frekvensen for 5 dager i B kan godt være lavere enn i A.

Oppgave 3 (4 poeng)

Dette er en åpen oppgave — man skal gjøre beregninger, sammenligninger og lage diagrammer. Under er et eksempel på hva en god besvarelse kan inneholde.

Beregninger og sammenligninger

- Smarttelefon har økt mest: fra 32 % (2019) til 50 % (2025) — en økning på 18 prosentpoeng. Relativ økning: $(50 - 32)/32 \approx 0,56 = 56\%$.
- Papiravis har gått mest tilbake: fra 7 % til 2 % — en nedgang på 5 prosentpoeng.
- Alle de tradisjonelle kildene (radio, PC, TV, papiravis) har gått ned, mens smarttelefonen har tatt over.
- Nyhetsunngåelse 2025: $37\% + 29\% = 66\%$ unngår nyheter «aldri» eller «en gang iblant». $23\% + 7\% = 30\%$ unngår nyheter «noen ganger» eller «ofte».

Diagrammer som passer

- Søylediagram som sammenligner kildene i 2019 og 2025 (to søyler per kilde).
- Kakediagram (sektordiagram) for hvordan nordmenn unngår nyheter i 2025.

Konklusjon for presentasjonen: smarttelefonen har blitt den klart viktigste nyhetskilden, og selv om de fleste sjelden unngår nyheter aktivt, er det en betydelig andel (30 %) som gjør det noen ganger eller ofte.

Oppgave 4 (2 poeng)

Forbrukslån 75 000 kr. Rente 0,975 % per måned. Terminbeløp 3520 kr/måned.

Hver måned betaler Jens 3520 kr. Først trekkes renten av terminbeløpet, resten er avdrag:

$\text{rente} = \text{restlån} \cdot 0,00975$, $\text{avdrag} = 3520 - \text{rente}$, $\text{nytt restlån} = \text{restlån} - \text{avdrag}$.

Måned	Restlån start	Rente	Avdrag	Terminbeløp
1	75 000,00	731,25	2 788,75	3 520,00
2	72 211,25	704,06	2 815,94	3 520,00
3	69 395,31	676,60	2 843,40	3 520,00
4	66 551,91	648,88	2 871,12	3 520,00
5	63 680,80	620,89	2 899,11	3 520,00
6	60 781,68	592,62	2 927,38	3 520,00
7	57 854,30	564,08	2 955,92	3 520,00
8	54 898,38	535,26	2 984,74	3 520,00
9	51 913,64	506,16	3 013,84	3 520,00
10	48 899,80	476,77	3 043,23	3 520,00
11	45 856,57	447,10	3 072,90	3 520,00
12	42 783,68	417,14	3 102,86	3 520,00
13	39 680,82	386,89	3 133,11	3 520,00
14	36 547,70	356,34	3 163,66	3 520,00
15	33 384,04	325,49	3 194,51	3 520,00
16	30 189,54	294,35	3 225,65	3 520,00
17	26 963,89	262,90	3 257,10	3 520,00
18	23 706,78	231,14	3 288,86	3 520,00
19	20 417,93	199,07	3 320,93	3 520,00
20	17 097,00	166,70	3 353,30	3 520,00
21	13 743,70	134,00	3 386,00	3 520,00
22	10 357,70	100,99	3 419,01	3 520,00
23	6 938,69	67,65	3 452,35	3 520,00
24	3 486,34	33,99	3 486,34	3 520,33

Lånet er nedbetalt etter 24 terminer. Avdraget øker og renten synker for hver måned, fordi restlånet blir mindre. Den siste terminen er omtrent lik de andre fordi restlånet da er tilnærmet null.

Løsningsforslag laget av Mattheuset. Del 1 er regnet uten hjelpemidler; Del 2 forutsetter digitale hjelpemidler (f.eks. GeoGebra eller regneark).